Programmes de maths de licence MIASHS 2020-2024

(version de janvier 2020)

Chiffrages horaires et ECTS tels que validés en octobre 2019 par la FST.

Remarque : Une bonne partie des TD des enseignements appliqués (statistique, optimisation) a lieu sur ordinateurs. Il ne s'agit pas en toute rigueur de TP (pas de dédoublement des groupes de TD). Comme dans le fichier excel ULille, les chiffrages horaires ne distinguent pas ici entre TD sur table et TD sur machine. Des salles d'ordinateurs devront cependant être prévues pour ces TD, de contenance suffisante pour accueillir les groupes non-dédoublés.

Avant le Semestre 1 - Stage de maths

30h   Enseignement obligatoire pour tous

Révisions de terminale, en insistant sur ce qui est très mal maîtrisé par le public entrant de MIASHS et surtout sur ce qui n'a été vu que par certains (selon les options choisies au lycée).

Le stage comporte quelques rappels de cours et beaucoup d'exercices.

Il est crucial pour pouvoir continuer d'accueillir en licence MIASHS des publics lycéens variés.

Sem. 1 - Analyse 1 (6 ECTS)

60h = 24h de cours + 36h de TD   Enseignement obligatoire pour tous

1. Fonctions réelles d'une variable réelle (2 semaines)
   (a) Rappel sur les réels, valeurs absolue, inégalité triangulaire.
   (b) Généralités sur les fonctions réelles : ensemble de définition, représentation graphique, parité, périodicité, monotonie.
   (c) Réciproque d'une fonction strictement monotone sur un intervalle.
   (d) Les fonctions usuelles : Puissances, logarithme, exponentielle et fonctions circulaires réciproques.
2. Suites numériques (3 semaines)
   (a) Définition de la borne supérieure et de la borne inférieure, exemples.
   (b) Généralités sur les suites : suite majorée, minorée, monotone, suites extraites, exemples.
   (c) Convergence : Limites finies, infinies, théorème de convergence des suites croissantes majorées, suites adjacentes, théorème d'encadrement, théorème de Bolzano-Weierstrass.
   (d) Suites récurrentes : représentation graphique, variations, étude de la convergence, théorème du point fixe.
3. Limites et continuité (3 semaines)
   (a) Limites des fonctions réelles : notion de limite, limites usuelles, théorèmes généraux (opérations sur les limites, passage à la limite dans les inégalités et encadrement).
   (b) Croissances comparées, fonctions équivalentes en un point : définition, exemples avec les fonctions usuelles, compatibilité avec le produit, l'inverse et le quotient.
   (c) Continuité en un point, sur un intervalle. Opérations sur les fonctions continues (sans preuve).
4. Fonctions dérivables (2-3 semaines)

(a) Définition de la dérivée en un point, sur un intervalle, interprétation géométrique, rappel des formules de dérivation d'une somme, d'un produit, d'un quotient et des fonctions usuelles. Dérivée d'une composée. Dérivées d'ordre supérieur.

(b) Extremums d'une fonction dérivable.

(c) Théorèmes de Rolle et des accroissements finis et des accroissements.

5. Développements limités (1-2 semaines)

(a) Formule de Taylor, existence des développements limités.

(b) Opérations sur les développements limités.

(c) Applications des développements limités.

Sem. 1 - Algèbre 1 (6 ECTS)

60h = 24h de cours + 36h de TD   Enseignement obligatoire pour tous

1. Raisonnement et vocabulaire ensembliste (2-3 semaines)

(a) Ensembles, sous-ensemble, opérations des sous-ensembles, produit cartésien, complémentaire (On mettra l'accent sur les aspects probabilistes de la théorie des ensembles avec des exercices et des exemples en ce sens)

(b) Applications : image directe, image réciproque, composition, injection, surjection, bijection, réciproque.

(c) Calcul algébrique :

i. Somme et produit d'une famille finies de nombres.

ii. Factorielle, coefficients binomiaux, formule et triangle de Pascal, formule du binôme.

2. Nombres complexes et trigonométrie (3 semaines)

(a) Cercle trigonométrique et formules de trigonométrie.

(b) Nombres complexes : définition, partie réelle, partie imaginaire, conjugué, compatibilité avec les opérations.

(c) Représentation des nombres complexes : module, arguments, formule d'Euler, formule de Moivre, linéarisation.

(d) Racines carré et racines n-ième d'un nombre complexe.

(e) Equations du second degré.

3. Introduction aux polynômes et décomposition en éléments simples (2-3 semaines)

(a) Polynôme à une indéterminée : définition, degré, coefficient.

(b) Opérations : somme, produit, multiplication par un scalaire, dérivée, division euclidienne et division suivant les puissances croissantes.

(c) Racine d'un polynôme et multiplicité.

(d) Théorème de D'Alembert-Gauss, polynômes irréductibles sur $\mathbb{C}$ et sur $\mathbb{R}$, factorisation.

(e) Fractions rationnelles : définition, éléments simples, pratique de la décomposition en éléments simples.

4. Géométrie élémentaire du plan (1-2 semaines)

(a) Vecteurs du plan, mode de repérage dans le plan (coordonnées cartésiennes, polaires).

(b) Produit scalaire.

(c) Droites dans le plan : représentation cartésienne, paramétrique, distance d'un point à une droite.

5. Géométrie élémentaire de l'espace (2-3 semaines)
   (a) Vecteurs de l'espace, produit scalaire, produit vectoriel.
   (b) Plans dans l'espace : représentation cartésienne, paramétrique.
   (c) Droites dans l'espace : représentation cartésienne, paramétrique.
   (d) Calcul des distances : d'un point à une droite, d'un point à un plan, entre deux droites.

Sem. 1 - Méthodologie mathématique personnalisée (2 ECTS)

24h de TD   Enseignement PE obligatoire pour tous
L'enseignement se fait entièrement par la pratique. Les étudiants résolvent des problèmes mathématiques, seuls ou par petits groupes, en rédigent une ou plusieurs solutions, et présentent oralement leurs travaux. L'enseignant les suit et éventuellement les aide pour que les étudiants prennent rapidement les bonnes habitudes indispensables à leur réussite en licence. Il veille notamment à ce qu'ils ne se limitent pas à la simple application mécanique de propriétés ou à un fonctionnement par analogie avec des exercices antérieurs.
Une attention particulière est portée aux étudiants n'ayant pas suivi l'option "mathémaitques expertes" en terminale, afin de les aider à devenir autonomes aussi rapidement que possible.
C'est une UE PE obligatoire.

Sem. 2 - Analyse 2 (6 ECTS)

60h = 24h de cours + 36h de TD   Enseignement obligatoire pour tous

1. Fonctions continues (3 semaines)
   (a) Définition de la limite d'une fonction en un point, à l'infini, unicité, limite d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une composée de deux fonctions. Encadrements et limites, théorème des gendarmes, limite d'une fonction majorée croissante.
   (b) Continuité : Continuité en un point, sur un intervalle, somme, produit, quotient, composée de fonctions continues, définition séquentielle de la continuité, prolongement par continuité (On ne parlera pas de critère de Cauchy ici).
   (c) Théorèmes de base des fonctions continues : théorème des valeurs intermédiaires, maximum, minimum sur un intervalle fermé borné, image d'un intervalle. Fonction réciproque d'une fonction continue strictement monotone sur un intervalle.
2. Fonctions dérivables (3 semaines)
   (a) Définition de la dérivée, dérivée à droite, à gauche en un point, lien entre continuité et dérivabilité, limite en un point de f' existe implique f continue et dérivable.
   (b) Dérivation et variations, dérivation et extremum.
   (c) Théorème de Rolle, théorème des accroissements finis, théorème des accroissements finis généralisés.
   (d) Fonctions convexes sur $\mathbb{R}$. Aspects graphiques. Cas particulier des fonctions dérivables. Inégalité de Jensen en version discrète.
3. Intégration (4 semaines)
   (a) Intégrale de Riemann des fonctions continues, continues par morceaux, interprétation géométrique de l'intégrale.
   (b) Propriétés de base : relation de Chasles, linéarité, positivité, monotonie, théorèmes de la moyenne.

   (c) Primitive d'une fonction continue, lien avec le calcul d'intégrale.
   (d) Primitives des fonctions usuelles.
   (e) Intégration par parties, changements de variables.
   (f) Intégration des fractions rationnelles.
4. Equations différentielles (2 semaines)
   (a) Equations différentielles linéaires d'ordre 1 homogènes, non-homogènes.
   (b) Equations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants homogènes, non-homogènes.
   (c) Equations différentielles particulières.

Sem. 2 - Algèbre 2 (6 ECTS)

60h = 24h de cours + 36h de TD   Enseignement obligatoire pour tous

1. Systèmes linéaires (1-2 semaines)
   (a) Introduction.
   (b) Méthode du pivot de Gauss.
2. Espaces vectoriels (4 semaines)
   (a) Espaces vectoriels : définition, sous-espaces vectoriels.
   (b) Combinaison linéaire, familles libres et liées, exemples.
   (c) Familles génératrices, sous-espace engendre par une partie.
   (d) Espaces de dimension finie, bases et dimensions, théorème de la base incomplète, de la base extraite.
   (e) Somme et intersection d'un nombre fini de sous-espaces, somme directe, représentation paramétrique et cartésienne.
3. Applications linéaires (2 semaines)
   (a) Définition et exemples.
   (b) Noyau et image, rang d'une application linéaire, isomorphisme.
   (c) Théorème du rang.
4. Calcul matriciel (1-2 semaines)
   (a) Définition et premières opérations (somme, multiplication par un scalaire).
   (b) Produit matriciel
   (c) Inversion des matrices carrées.
5. Matrice d'une application linéaire (3 semaines)
   (a) Représentation matricielle des vecteurs.
   (b) Matrice associée à une application linéaire, lien avec le calcul matriciel (matrice de la somme, de la composée, d'un isomorphisme).
   (c) Inverse d'une matrice, d'une application linéaire, lien.
   (d) Formules de changement de bases.

Sem. 3 - Analyse 3 et 3A (6 ECTS en MEF, 3 ECTS en SC)

Analyse 3 : 60h = 24h de cours + 36h de TD   Enseignement obligatoire en MEF
Analyse 3A : 40h = 16h de cours + 24h de TD   Enseignement obligatoire en SC

1. Intégrales généralisées (3-4 semaines)
   (a) Préliminaire : critère de Cauchy pour la limite d'une fonction en un point.
   (b) Définition.
   (c) Intégrales généralisées de fonctions positives, étude par comparaison, par équivalent, Intégrale du type $1/x^a$ et a^x.
   (d) Cas général : Absolue convergence, critère de Cauchy, transformation/critère d'Abel (preuve dans le cas C1 seulement).
2. Séries numériques (4-5 semaines)
   (a) Préliminaires : rappel sur les suites : Limites, théorèmes de convergence (Encadrement de la limite, Théorème des gendarmes, suites majorées croissantes) et suites équivalentes (rappel), critère de convergence de Cauchy (non traité en L1).
   (b) Les séries : Convergence des séries, convergence des séries à termes positifs, règle de Cauchy, règle de D'Alembert, comparaisons séries-intégrales, séries géométriques, séries exponentielles, séries de Riemann.
   (c) Convergence absolue : critère de Cauchy, critère d'Abel, théorèmes généraux de convergence pour les séries alternées.
3. Suites et séries de fonctions (3-5 semaines) (Les étudiants du parcours Sciences Cognitives ne font pas cette partie)
   (a) Définition, convergence simple, convergence uniforme, critère de Cauchy de la convergence uniforme.
   (b) Théorèmes de continuité, de dérivation, d'intégration.
   (c) Convergence normale, critère d'Abel dans le cadre des séries.
   (d) Séries entières : définition, notion de rayon de convergence, développement d'une fonction en série entière, propriété de dérivation et d'intégration terme à terme, série de Taylor, exemples et calculs.

Sem. 3 - Algèbre 3 (6 ECTS)

60h = 24h de cours + 36h de TD   Enseignement obligatoire pour tous

1. Rappel d'algèbre linéaire et approfondissement
   (a) Espaces vectoriels, familles libres, génératrices, bases, dimension.
   (b) Applications linéaires : noyau, image, rang, théorème du rang, matrice d'une application linéaire, changement de base, inverse d'une application linéaire bijective, matrice inverse.
2. Déterminants
   (a) Introduction du groupe symétrique dans le but de définir le déterminant : définition, transposition, signature (Attention : la notion de groupe n'est pas connue et ce cours n'a pas vocation à l'introduire).
   (b) Définition du déterminant via les applications multilinéaires, déterminant d'une application linéaire, d'une matrice carrée, propriétés et méthodes de calcul (On insistera plus sur la partie pratique de calcul que sur la théorie).

(c) Applications.

3. Réduction des matrices carrées
   (a) Polynôme caractéristique.
   (b) Valeurs propres, vecteurs propres, espaces propres, diagonalisation.
   (c) Applications aux systèmes différentiels linéaires, aux suites linéaires.
4. Espaces euclidiens
   (a) Produit scalaire, orthogonalité, projection orthogonale, inégalité de Cauchy-Schwarz. Inégalité du parallélogramme.
   (b) Procédé d'orthogonalisation de Gram-Schmidt.
   (c) Transformations orthogonales
   (d) Adjoint d'un endomorphisme, matrice de l'adjoint d'un endomorphisme, endomorphismes symétriques, réduction des endomorphismes symétriques.
5. Algèbre bilinéaire
   (a) Formes bilinéaires et formes quadratiques, matrices associées, changements de bases, "racines carrées" des matrices symétriques positives.
   (b) Formes bilinéaires symétriques, antisymétrique, positives, définies, signature, réduction des formes quadratiques.

Sem. 4 - Probabilités discrètes (6 ECTS)

60h = 24h de cours + 36h de TD   Enseignement PE obligatoire pour tous
L'étudiant a atteint un niveau de compétence suffisant en algèbre et analyse pour s'initier à la maitrise des modèles de probabilité et de statistique mathématique : à ce stade, son projet de devenir mathématicien appliqué sort de la phase préparatoire et il peut commencer à le réaliser dans cette UE qui est la première à forte dominante applicative. C'est donc une étape particulièrement importante de la licence.

1. Espaces probabilisés
   (a) Rappels de théorie des ensembles en lien avec les évènements observables. Notion de tribu (présentation élémentaire)
   (b) Définition de la probabilité comme fonction d'ensembles. Propriétés (additivité, croissance, continuité séquentielle monotone,...).
   (c) Expériences simples modélisées par des espaces probabilisés finis (définition de l'équiprobabilité), dénombrables, et non dénombrables.
2. Probabilités conditionnelles
   (a) Définition. Preuve que $\mathbf{P}(\cdot|H)$ est une probabilité.
   (b) Formule des probabilités composées, formule de conditionnement par tous les cas possibles, formule de Bayes.
   (c) Indépendance de deux évènements. Suite finie ou infinie d'évènements indépendants.
   (d) Schéma de Bernoulli. Evénements non-vides de probabilité nulle.
3. Variables aléatoires discrètes
   (a) Définition. Loi d'une variable aléatoire discrète. Fonction de répartition.
   (b) Lois de Bernoulli, lois uniformes, lois binomiales, lois hypergéométriques, lois de Poisson, lois géométriques, mesure de Dirac et variable aléatoire déterministe.
   (c) Convergence des binomiales vers les Poisson et des hypergéométriques vers les binomiales

   (d) Vecteurs aléatoires discrets, lois marginales, lois jointes, indépendance des variables aléatoires discrètes. Loi multinomiale.

4. Moments des variables aléatoires discrètes
   (a) Espérance. Propriétés. Espérance des lois discrètes classiques. Espérance d'une fonction d'une variable aléatoire discrète. Visualisation de l'espérance sur le graphe de la fonction de répartition, formule applicable aux variables non-discrètes.
   (b) Moments d'ordre supérieur. Inégalité de Markov (preuve calculatoire et preuve graphique).
   (c) Variance et écart-type. Propriétés. Variance des lois discrètes classiques. Inégalité de Tchebychev
   (d) Covariance et corrélation. Inégalité de Cauchy-Schwarz. Variance d'une somme de v.a. indépendantes.
5. Premiers théorèmes limites (s'il reste du temps...)
   (a) Théorème de Borel-Cantelli. Paradoxe du singe dactylographe et retour sur la notion de σ-additivité (espace probabilisé dont tous les évènements élémentaires sont négligeables).
   (b) Loi faible des grands nombres

Sem. 4 - Probabilités et intégration (6 ECTS)

60h = 24h de cours + 36h de TD   Enseignement obligatoire pour tous

1. Rudiments de théorie de la mesure : tribu, tribu borélienne, fonctions mesurables, mesure, mesure de Lebesgue en dimension 1 et 2.
2. Espace de probabilité, variable/vecteur aléatoire, loi d'une variable/vecteur aléatoire, loi uniforme sur un borélien borné.
3. Variables aléatoires réelles : fonction de répartition.
4. Intégrale de Lebesgue (présentation simple) ; principales propriétés. Lien entre intégrale de Lebesgue et intégrale de Riemann.
5. Variables aléatoires à densité par rapport à la mesure de Lebesgue. Propriétés de la fonction de répartition. Lois à densité usuelle (uniformes, exponentielles, normales).
6. Intégrales multiples, théorèmes de Fubini (pour la mesure de Lebesgue). Changement de variable. Passage en coordonnées polaires.
7. Vecteurs aléatoires à densité Calcul des lois marginales. Indépendance de variables aléatoires.
8. Espérance d'une variable aléatoire (lemme de transfert). Lien avec la fonction de répartition. Cas des variables aléatoires à densité. Espérance des lois usuelles.

Sem. 4 - Fonctions de plusieurs variables (6 ECTS)

60h = 24h de cours + 36h de TD   Enseignement obligatoire pour tous

1. Ouverts et fermés de $\mathbb{R}^n$ pour la norme euclidienne.
2. Fonctions de plusieurs variables. Représentation graphique d'une fonction de deux variables.
3. Dérivées partielles de premier ordre et dérivées directionnelles d'une fonction de plusieurs variables. Vecteur gradient, matrice jacobienne. Lignes de niveau d'une fonction de deux variables.
4. Dérivées partielles d'ordre supérieur. Théorème de Schwarz. Matrice Hessienne. Fonctions de classe $\mathcal{C}^p$.

5. Formule des accroissements finis. Formules de Taylor. Extrémas locaux.
6. Théorème des fonctions implicites et théorème d'inversion locale (sans preuve) et globale. Difféomorphisme.
7. Fonctions convexes
   (a) Convexité d'une fonction sur $\mathbb{R}^n$. Caractérisation par la hessienne.
   (b) Théorème du minimum global.

On privilégie la visualisation graphique des fonctions de plusieurs variables et l'illustration des résultats par des exemples, notamment en lien avec des applications simples en économie ou en sciences cognitives.

Sem. 5 - Statistique mathématique (9 ECTS)

96h = 36h de cours + 60h de TD   Enseignement obligatoire pour tous

1. Loi des grands nombres, intervalles de confiance.
   (a) Inégalité de Tchebychev, loi faible des grands nombres, application aux fréquences empiriques, premières constructions d'intervalles de confiance via Tchebychev ;
   (b) Convergence presque sûre, loi forte des grands nombres, applications aux lois binomiales ;
   (c) Moyenne et variance empiriques ; Théorème de Glivenko-Cantelli (Convergence uniforme presque sûre des fonctions de répartition empiriques).
2. Théorème central limite.
   (a) Convergence en loi. Théorème central limite et théorème de DeMoivre-Laplace, exemples d'applications ;
   (b) Construction d'intervalles de confiance à partir du théorème central limite ;
   (c) Evaluation de la précision de l'approximation asymptotique (théorème de Berry-Esseen) ;
   (d) Théorème central limite avec autonormalisation (cas où la variance est inconnue), application aux sondages ;
   (e) Loi du Chi-deux, loi de Student, théorème de Student. Estimation de la moyenne et de la variance d'un échantillon gaussien.
3. Estimation ponctuelle.
   (a) Estimateurs, notions de biais et de consistance, erreur quadratique moyenne ;
   (b) Exemples d'estimation par maximum de vraisemblance.
4. Introduction à la notion de test
   (a) hypothèses nulle/alternatives, erreurs de première et deuxième espèces,
   (b) statistique de test,
   (c) taille et niveau d'un test, règle de décision, zone de rejet,
   (d) fonctions de risques, p-valeur, fonction puissance.
5. Tests sur la moyenne et la variance (peuvent être donné en guise d'exemples et d'illustrations)
   (a) test sur la moyenne à variance connue ou inconnue,
   (b) tests sur la variance,
   (c) vecteurs gaussiens et tests associés (à variance connue, Student et Fisher)
6. Tests sur les paramètres d'une loi via le test du rapport de vraisemblance
   (a) Approche de Neyman-Pearson, tests optimaux,
   (b) Approche de Lehmann, tests uniformément plus puissants, tests sans biais.

7. Test asymptotiques (s'il reste du temps...)
   (a) taille asymptotique, test asymptotique de niveau α
   (b) test convergent
   (c) exemples : tests sur l'espérance, test basé sur un estimateur convergent et asymptotiquement gaussien d'un paramètre
   (d) comparaison de tests convergent (ARE)

Les démonstrations longues sont omises (loi forte, Glivenko-Cantelli, TCL, BerryEsseen, Student) mais les théorèmes sont illustrés dans l'enseignement de Simulations de distributions statistiques (visualisation informatique de la convergence des moyennes empiriques et des fonctions de répartition empiriques, d'un grand nombre de tirages d'intervalles de confiance, de tests,...).

Sem. 5 - Simulation de distributions statistiques (1 ECTS)

24h = 12h de cours + 12h de TD   Enseignement obligatoire pour tous (cours entre maths et informatique)

1. Méthodes de simulation
   (a) Pseudo-inverse de la fonction de répartition (fonction quantile). Méthode générique de simulation à partir d'un tirage uniforme. Cas particulier des lois discrètes a support fini, lois binomiales.
   (b) Simulation des lois géométrique et de Poisson à partir de la loi exponentielle. Simulation de gaussiennes (méthode de Box-Müller)
   (c) Méthode du rejet pour les v.a. à densité. Méthode du rejet pour les v.a. discrètes.
2. Implémentation des méthodes ci-dessus en Python
   (a) Générateur de nombre aléatoire.
   (b) Distribution empirique des données, histogramme. Illustration de la loi des grands nombres et du théorème central limite. Visualisation de Glivenko-Cantelli. Bootstrap.
   (c) Tirages d'intervalles de confiance, exemples de tests sur données simulées.

Sem. 5 - Analyse et probabilités approfondies (6 ECTS)

48h = 24h de cours + 24h de TD   Enseignement optionnel

1. Chaînes de Markov
   (a) Exemples : marche aléatoire simple, modèle de diffusion gazeuse, ruine du joueur, modèle binomial
   (b) Propriété de Markov. Classification des états. Mesure invariante et mesure réversible
   (c) Convergence presque sûre ; loi forte des grands nombres
2. Intégration sur un espace probabilisé
   (a) Rappel de la construction
   (b) Théorèmes de convergence monotone et dominée. Théorème de Fubini.
   (c) Changement de variable, mesure image. Applications au calcul d'espérances (moments, fonction génératrice, fonction caractéristique,... si temps)
3. Topologie des espaces vectoriels normés
   (a) Espaces vectoriels normés. Convergence. Continuité. Cas particulier des applications linéaires

   (b) Topologie de $\mathbb{R}^n$ et, plus généralement, d'un espace vectoriel normé. Parties ouvertes et fermées. Caractérisation de la continuité via les images réciproques d'ensembles ouverts ou fermés. Adhérence et intérieur. Compacité.
   (c) Espaces complets. Théorème du point fixe.
4. Espaces muni d'un produit scalaire
   (a) Espaces préhilbertiens. Inégalité de Cauchy-Schwarz.
   (b) Formes linéaires. Théorème de représentation de Riesz. Séparation de convexes

Priorité est donnée aux applications. En particulier, les démonstrations des théorèmes ne sont pas au programme.

Sem. 6 - Statistique décisionnelle (6 ECTS)

60h = 24h de cours + 36h de TD Enseignement obligatoire pour tous

1. Tests d'ajustement
   (a) le test du Khi-deux d'ajustement,
   (b) le test de Kolmogorov-Smirnov à un échantillon.
2. Tests de comparaison (bivarié)
   (a) le test du Khi-deux d'indépendance,
   (b) le test de Kolmogorov-Smirnov à deux échantillons,
   (c) tests non paramétriques de comparaison de 2 distributions : le test du signe et le test du signe et rangs,
   (d) les tests paramétriques sur l'espérance et la variance
3. Régression linéaire et ANOVA (multivarié)
   (a) Comparaison de p médianes : test de Kruskal-Wallis
   (b) Comparaison de p espérances : ANOVA
4. Illustrations et tests plus avancés (selon le temps) :
   (a) Etude de cas
   (b) Tests randomisés

Sem.6 - Optimisation (3 ECTS)

36h = 15h de cours + 21h de TD Enseignement obligatoire pour tous

1. Introduction : cadre général de l'optimisation, exemples de modélisation en économie et sciences cognitives
   (a) Définitions
   (b) Existence de solution d'un problème de minimisation
   (c) Caractérisation de la solution optimale : multiplicateurs de Lagrange
   (d) Problèmes convexes
   (e) Projection sur un convexe
2. Programmation linéaire
   (a) Motivation et exemples. Applications à des problèmes concrets
   (b) Polyèdres et simplexes

   (c) Algorithme du simplexe
   (d) Convergence de l'algorithme, méthode en deux phases
3. La dualité en programmation linéaire
   (a) Interprétation de la dualité
   (b) Propriétés de la dualité
   (c) Théorème des écarts complémentaires
   (d) Valeurs marginales : interprétation des variables duales

Sem.6 - Optimisation approfondie (6 ECTS)

36h = 15h de cours + 21h de TD   Enseignement optionnel

1. Optimisation sans contraintes
   (a) Conditions nécessaires d'optimalité
   (b) Conditions suffisantes d'optimalité
   (c) Résolution d'un problème d'optimisation sans contraintes
2. Optimisation avec contraintes
   (a) Qualification des contraintes
   (b) Conditions nécessaires d'optimalité : théorème KKT (Karush-Kuhn-Tucker)
3. Quelques algorithmes itératifs de résolution
   (a) Choix de la direction – méthodes de gradient à pas fixe,à pas optimal et gradient conjugué ; Méthodes newtoniennes
   (b) Choix du pas : pas optimal, recherche linéaire (d'Armijo, Goldstein)
   (c) Construction d'une direction admissible

Sem. 6 - Modélisation statistique (3 ECTS)

36h = 15h de cours + 21h de TD   Enseignement obligatoire pour tous

1. Régression linéaire de base à plusieurs variables
   (a) Le modèle et ses propriétés
   (b) Estimation de l'espérance conditionnelle : méthode des moindres carrés, solution et propriétés (biais, variance, Gauss-Markov, cas gaussien) ; interprétation géométrique ; lien avec le maximum de vraisemblance (dans le cas gaussien)
   (c) Résidus, valeurs prédites, coefficient de détermination
   (d) Estimation de la variance : estimateur, biais, variance
   (e) Propriétés asymptotiques
   (f) Tests d'hypothèses et régions de confiance
2. Cas particuliers et extensions (selon le temps)
   (a) Analyse de la variance à plusieurs facteurs
   (b) GLM, variable dépendante binaire
   (c) Régression quantile